

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA
ESERCIZI DI AM120

A.A. 2024/2025 - ESERCITAZIONE VII

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x \cos x) + e^{-x} - 1}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 + x}} = 4$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sinh x) - \cosh(\sin x) + x^2 e^{x^3}}{x^2 (e^{\sqrt{x}} - 5\sqrt{x})^4} = 0$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan^2 x + 1 - e^{2x^2}}{(\sqrt{1 + x} - \cos(\sqrt{x}) - x)x^2} = 4$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan^2 x - 2x^2 + e^{x^2} - 1}{x^\beta (x^{\frac{1}{3}} + e^{-\frac{1}{x}})}$$

Esercizio 3.

(1) Sia $f(x) = \ln(1 + x) - \ln(1 - x)$ e si calcolino $f^{(174)}(0)$ e $f^{(175)}(0)$.

(2) Sia $f(x)$ derivabile tre volte in \mathbb{R} e tale che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2}{f(x)} = 3.$$

Scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine di f centrato in $x_0 = 1$. Valutare poi l'errore commesso approssimando f con questo polinomio nell'intervallo $I = (1/2, 3/2)$, sapendo che

$$f'''(x) < \frac{1}{10}, \quad \forall x \in I.$$

(3) Calcolare il polinomio di Taylor della funzione $f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2}$ all'ordine 7.